Robotika - test

Backup0

12.11.2023

1 Transformace SO2, SO3 a SE3

1. Označte všechna správná tvrzení pro $R(a)$ a $R(b)$ z SO2 pro nenulové úhly a a b

   (a) $\det(R(a)) = 1$
   (b) $\det(R(a)) = 0$
   (c) $R(a) = R(-a)$
   (d) $R(a) = R(-a)^{-1}$
   (e) $R(a) = R(-a)^\top$
   (f) $R(a) = R(a)^\top$
   (g) $R(b + a) = R(a)R(b)$
   (h) $R(a)R(b) = R(b)R(a)$

2. Označte všechna správná tvrzení pro $R_i(a)$ a $R_j(b)$ z SO3 pro nenulové úhly a a b, kde i a j značí osu kolem které rotační matice rotuje o daný úhel:

   (a) $R_x(a)R_x(b) = R_x(b)R_x(a)$
   (b) $R_x(a)R_y(b) = R_y(b)R_x(a)$
   (c) $R_x(a)R_z(b) = R_z(b)R_x(a)$
   (d) $\det(R_x(a)R_y(b)R_z(a)) = 1$

3. Označte všechna správná tvrzení pro obecné SE3 homogenní transformace T_{ij}, kde i a j značí souřadnicový systém a transformace T_{ij} transformuje vektor ze souřadnicového systému j do systému i.

   (a) $T_{AB}T_{BC} = T_{BC}T_{AB}$

(b) $T_{AB}^{\top} = T_{BA}$

(c) $T_{AC} = T_{AB}T_{BC}$

(d) $T_{AA} = I$, I je jednotková matice

(e) $T_{AB}^{-1} = T_{BA}$

(f) $T_{AB}^{-1} = T_{AB}^{\top}$

2 Úhel z rotační matice

Vaším úkolem je vypočítat úhly $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \in (-\pi, \pi >$ ze zadaných SO2 rotačních matic:

- $R(\theta_1) = \begin{pmatrix} 0,2588 & -0,9659 \\ 0,9659 & 0,2588 \end{pmatrix}, \quad \theta_1 = \dots$
- $R(\theta_2) = \begin{pmatrix} 0,5000 & 0,8660 \\ -0,8660 & 0,5000 \end{pmatrix}, \quad \theta_2 = \dots$
- $R(\theta_3) = \begin{pmatrix} -0,8660 & -0,5000 \\ 0,5000 & -0,8660 \end{pmatrix}, \quad \theta_3 = \dots$
- $R(\theta_4) = \begin{pmatrix} -0,9659 & 0,2588 \\ -0,2588 & -0,9659 \end{pmatrix}, \quad \theta_4 = \dots$

3 Reprezentace osa-úhel

3.1 Rotační matice z osa-úhel

Vypočítejte SE3 rotační matici z reprezentace osa-úhel pro osu $\boldsymbol{\omega} = (0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})^{\top}$ a úhel $\theta = \frac{7}{4}\pi$ rad.
$R(\boldsymbol{\omega}, \theta) = \dots$

3.2 Osa-úhel z rotační matice

Vypočítejte reprezentaci osa-úhel z SE3 rotační matice:

$$R(\boldsymbol{\omega}, \theta) = \begin{pmatrix} -0,9659 & 0,0000 & 0,2588 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ -0,2588 & 0,0000 & -0,9659 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{\omega} = \dots$
$\theta = \dots$

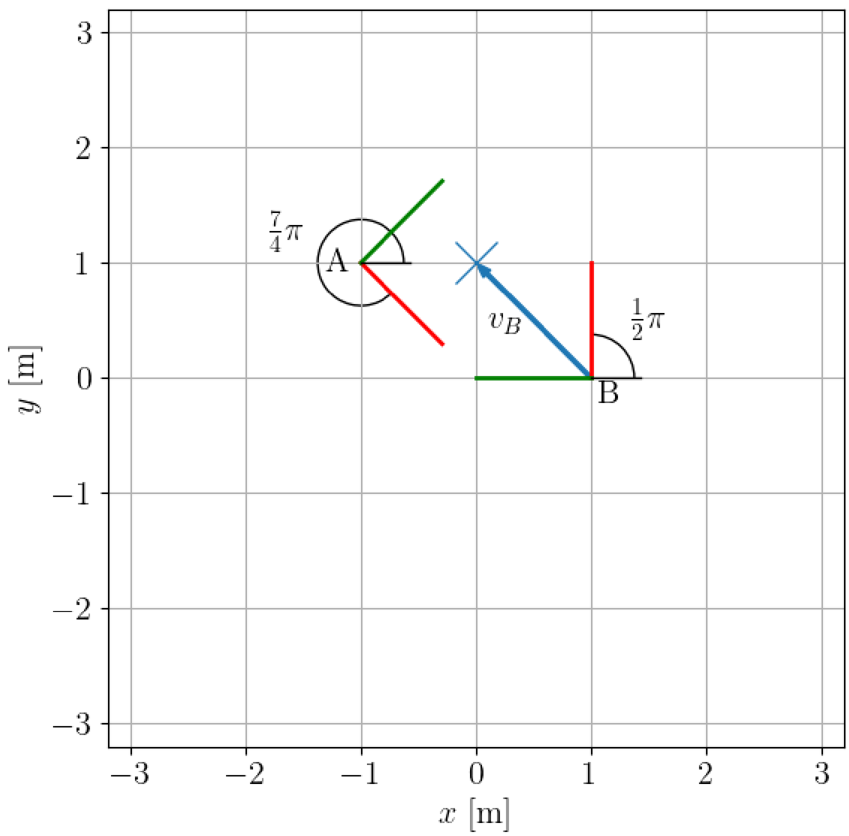
3.3 Kvaternion z osa-úhel

Vypočítejte kvaternion $\boldsymbol{q} = (q_x, q_y, q_z, q_w)^\top$ z reprezentace osa-úhel pro osu $\boldsymbol{\omega} = (0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})^\top$ a úhel $\theta = \frac{7}{4}\pi$ rad.
$\boldsymbol{q} = \dots$

4 Transformace SE2

Máme dva souřadnicové systémy (A a B), které jsou znázorněny na obrázku 1. Červenou barvou je znázorněna osa x a zelenou barvou osa y. Trasformace T_{AB} transformuje vektor ze souřadnicového systému B do souřadnicového systému A. Trasformace T_{BA} transformuje vektor ze souřadnicového systému A do souřadnicového systému B. Vaším úkolem je zapsat homogenní reprezentaci transformace T_{AB} a T_{BA} a vypočítat vektor $\boldsymbol{v}_A$ a $\boldsymbol{v}_B$ v souřadnicových soustavách A a B.

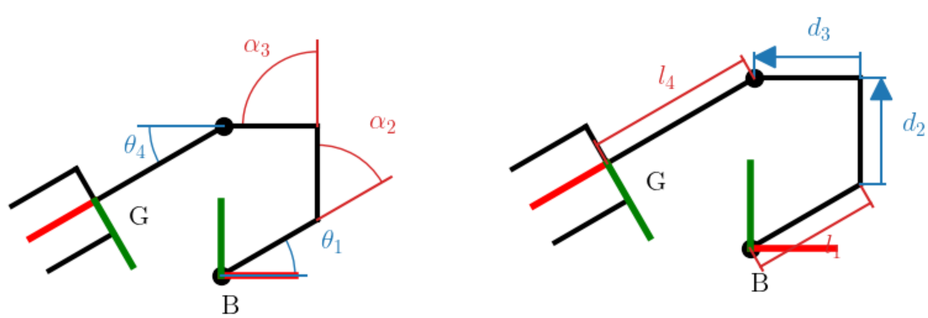
- $T_{AB} = ...$
- $T_{BA} = ...$
- $\boldsymbol{v}_A = ...$
- $\boldsymbol{v}_B = ...$



Obr. 1: Transformace v SE2.

5 Kinematika planárního manipulátoru

Vypočítejte přímou kinematiku a jakobián robota zobrazeného na obrázku 2. Poznámka: tentýž manipulátor je zobrazen několikrát s různými veličinami tak, aby byly všechny viditelné. Červená barva znázorňuje konstanty, modrá barva znázorňuje kloubové souřadnice. Pro vygenerování obrázku byly použity hodnoty $\frac{\pi}{6}$ rad pro rotační klouby a $0,25$ m pro posuvné klouby. Referenční souřadnicový systém je označen B a je umístěn v základně robota. Souřadnicový systém chapadla je označen G. Prostor úloh chapadla je SE2. Struktura manipulátoru je RPPR. Délky jsou vždy vyjádřeny v metrech, úhly v radiánech. Ve svých odpovědích používejte stejné jednotky. Číselné hodnoty pro váš manipulátor jsou: $l_1 = 0,3$ m, $\alpha_2 = \frac{\pi}{3}$ rad, $\alpha_3 = \frac{\pi}{2}$ rad, $l_4 = 0,4$ m. Vaším úkolem je vypočítat přímou kinematiku a jakobián manipulátoru pro obecné kloubové souřadnice $\boldsymbol{q}$ a číselně vyjádřit hodnoty pro konfiguraci kloubů $\boldsymbol{q}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{3} & 0,1 & 0,1 & \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}^\top$ [rad,m].



Obr. 2: Kinematika robota

- obecné řešení pro $\boldsymbol{q}$
  - $x_{BG}(\boldsymbol{q}) = \ldots$
  - $y_{BG}(\boldsymbol{q}) = \ldots$
  - $\phi_{BG}(\boldsymbol{q}) = \ldots$
  - $J(\boldsymbol{q}) = \ldots$

- číselné řešení pro $\boldsymbol{q}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{3} & 0,1 & 0,1 & \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}^\top$
    - $x_{BG}(\boldsymbol{q}_1) = ...$
    - $y_{BG}(\boldsymbol{q}_1) = ...$
    - $\phi_{BG}(\boldsymbol{q}_1) = ...$
    - $J(\boldsymbol{q}_1) = ...$