Robotika: Denavit–Hartenberg notace

Vladimír Petrík

vladimir.petrik@cvut.cz

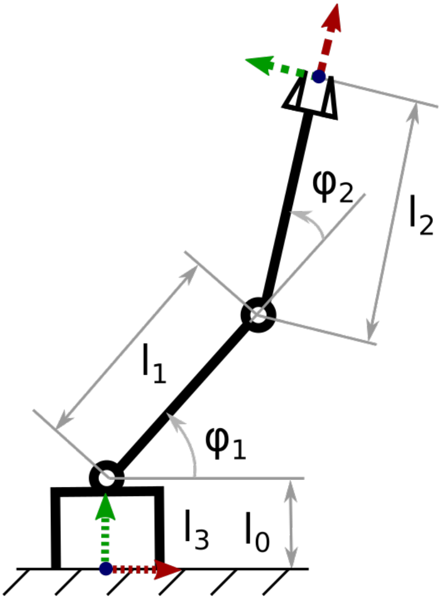
07.10.2023

Denavit–Hartenberg notace

- Metoda pro přiřazení souřadnicových soustav tělesům v kinematických řetězcích
- Představena Jacquesem Denavitem a Richardem Hartenbergem v roce 1955
- Minimální reprezentace
- Někdy používána v robotice

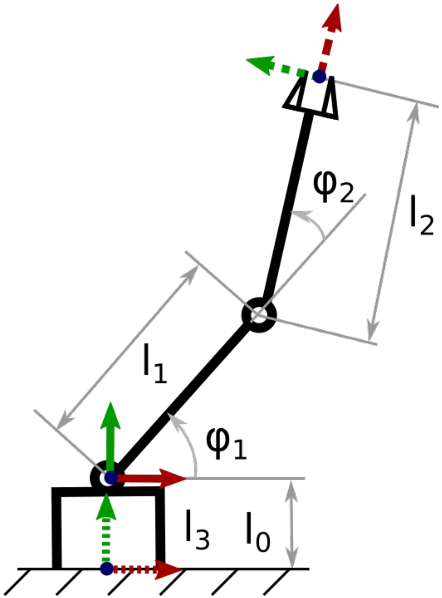
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor
  $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$



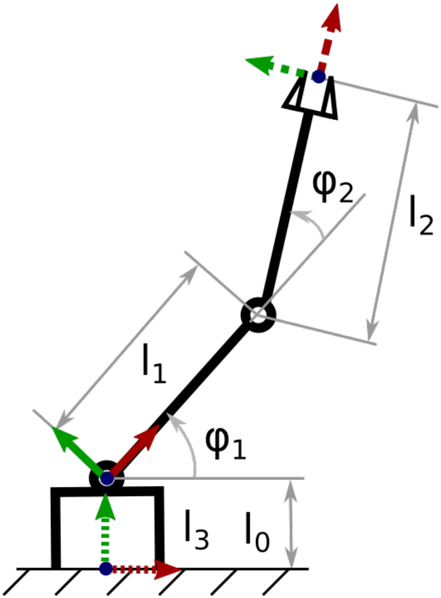
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$



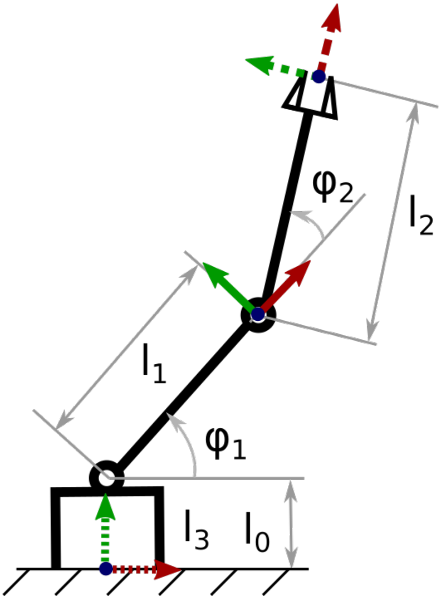
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1)$



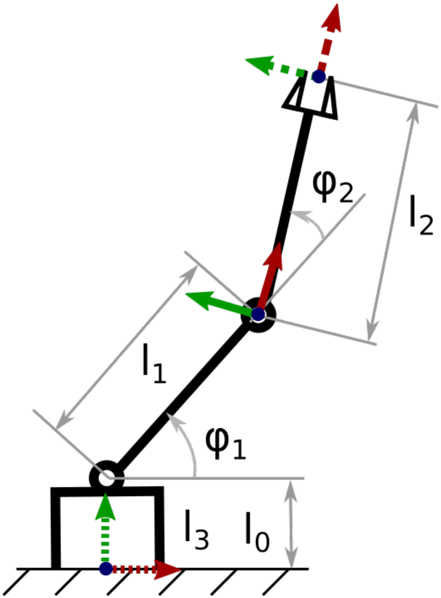
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor
  $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1)$



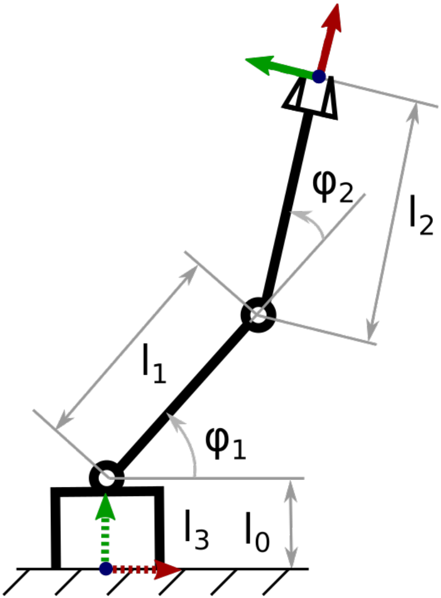
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1)$
- $T_3 = R(\varphi_2)$



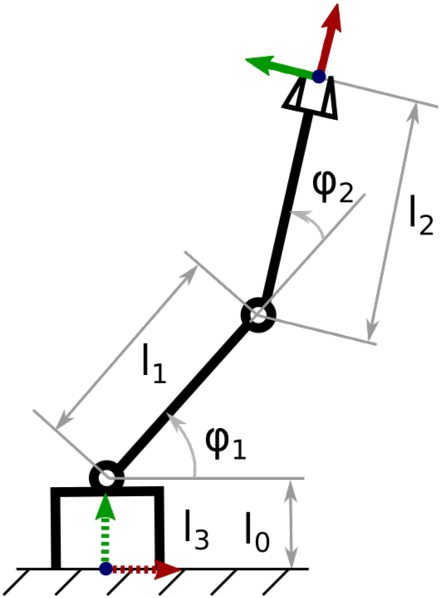
Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1) T_x(l_1)$
- $T_3 = R(\varphi_2) T_x(l_2)$



Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1)$
- $T_3 = R(\varphi_2)T_x(l_2)$
- $T = T_1 T_2 T_3$



Motivace

- Uvažujme FK pro planární 2-DoF manipulátor
  $\varphi_1, \varphi_2 \to T \in SE(2)$
- $T_1 = T_y(l_0)$
- $T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1) \leftarrow$ **struktura**
- $T_3 = R(\varphi_2)T_x(l_2)$
- $T = T_1 T_2 T_3$

Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory

Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

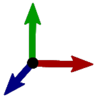
Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\text{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
  2. $T_{\text{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

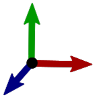
Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathrm{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathrm{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathrm{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

$$T_yR_y$$



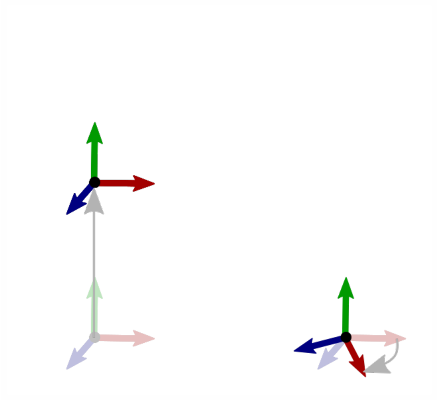
$$R_yT_y$$



Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\text{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_x R_x = R_x T_x$
  2. $T_{\text{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

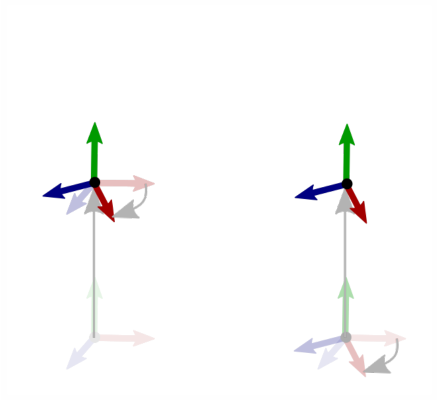
$T_y R_y$ $\quad\quad$ $R_y T_y$



Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathrm{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathrm{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathrm{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

T_yR_y $\qquad$ R_yT_y



Denavit–Hartenberg parametry

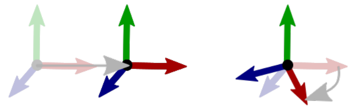
- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathrm{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathrm{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathrm{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

T_xR_y $\qquad$ R_yT_x

Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\text{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\text{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

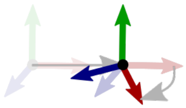
T_xR_y $\quad$ R_yT_x



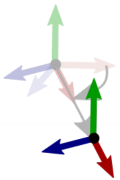
Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\text{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\text{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

T_xR_y



R_yT_x



Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathsf{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathsf{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathsf{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$
- Můžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH?

Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathsf{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathsf{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathsf{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$
- Můžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH?
  - Ne, pouze 4 stupně volnosti

Denavit–Hartenberg parametry

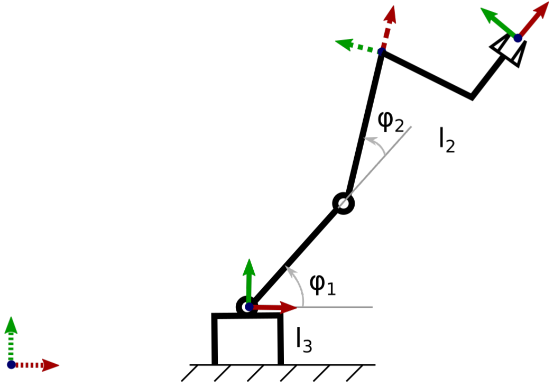
- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathrm{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathrm{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_x R_x = R_x T_x$
  2. $T_{\mathrm{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$
- Můžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH?
  - Ne, pouze 4 stupně volnosti
  - Navrženo pro otevřené kinematické řetězce s rotačními a posuvnými klouby

Denavit–Hartenberg parametry

- Podobná struktura, ale pro prostorové manipulátory
- Čtyři parametry pro každou transformaci
  - $T_x(a)$, $T_z(d)$, $R_x(\alpha)$, $R_z(\theta)$
  - $T_{\mathsf{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Který z následujících je roven T_{DH}?
  1. $T_{\mathsf{DH}} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$
     ano, $T_xR_x = R_xT_x$
  2. $T_{\mathsf{DH}} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$
- Můžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH?
  - Ne, pouze 4 stupně volnosti
  - Navrženo pro otevřené kinematické řetězce s rotačními a posuvnými klouby
- Souřadnicové systémy musí být vhodně umístěny
  - osa z je v ose rotace/posunu
  - x_1 je kolmá na z_0 a z_1
  - x_1 protíná z_0 a z_1

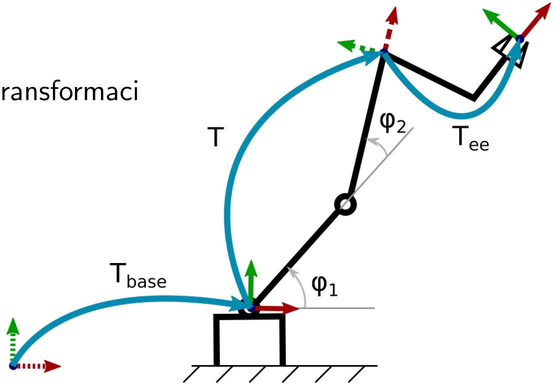
Počáteční a koncová transformace

- Nemůžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH
  - Namontovat gripper na jiné místo
  - Definovat jinou referenční soustavu



Počáteční a koncová transformace

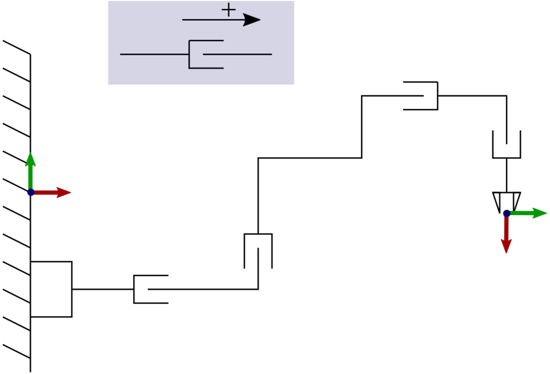
- Nemůžeme vytvořit libovolnou $SE(3)$ transformaci pomocí DH
  - Namontovat gripper na jiné místo
  - Definovat jinou referenční soustavu
- Obvykle definujeme počáteční a koncovou transformaci
  - $T = T_{\mathrm{DH}}^{1} T_{\mathrm{DH}}^{2} \dots T_{\mathrm{DH}}^{n}$
  - $T_{\mathrm{FK}} = T_{\mathrm{base}} T T_{\mathrm{ee}}$



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

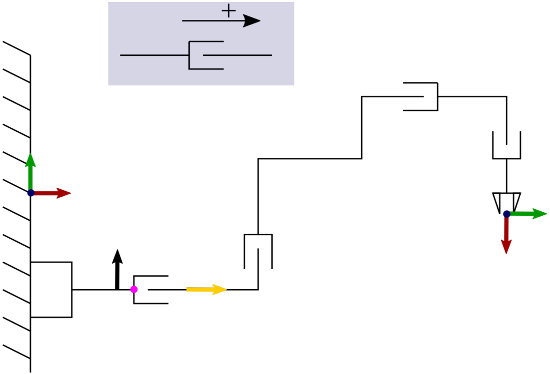
- Čtyři posuvné klouby
- Vyřešte FK pomocí DH notace



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

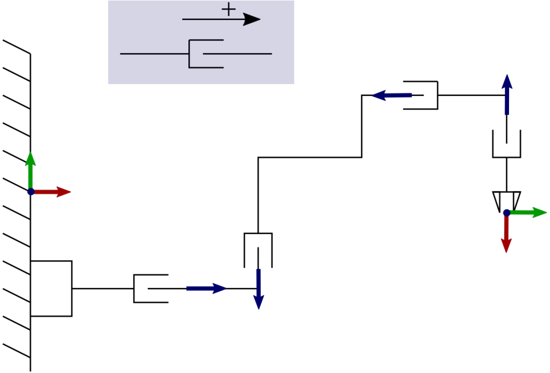
- Osa z je v ose rotace/posunu
- Kde bude osa z ?
    1. černá
    2. žlutá
    3. růžová



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

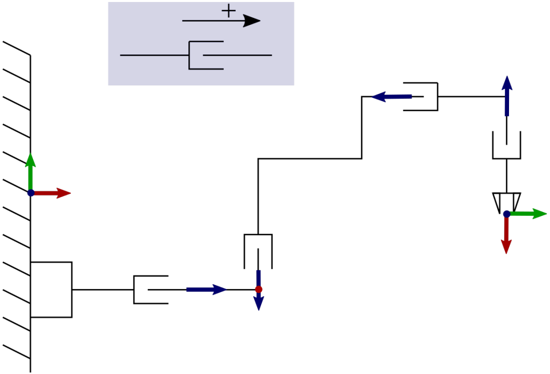
- Pozor na orientaci



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

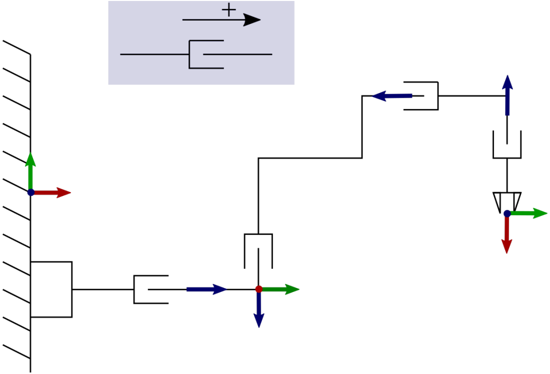
- Známe:
  - x_1 je kolmá na z_0 a z_1
  - x_1 protíná z_0 a z_1
- Osa x první souřadnicové soustavy:
  1. osa směřuje z obrazovky
  2. osa směřuje do obrazovky
  3. obě možnosti jsou správné



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

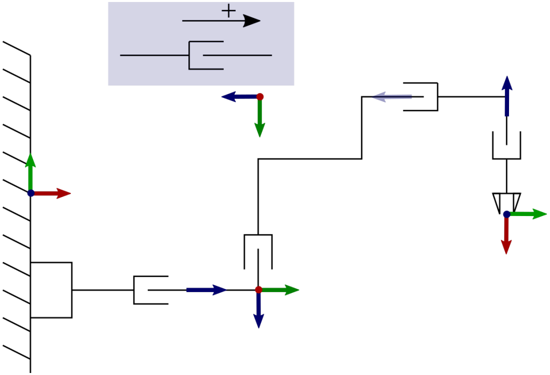
- Známe x a z,
  můžeme určit počátek a y



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

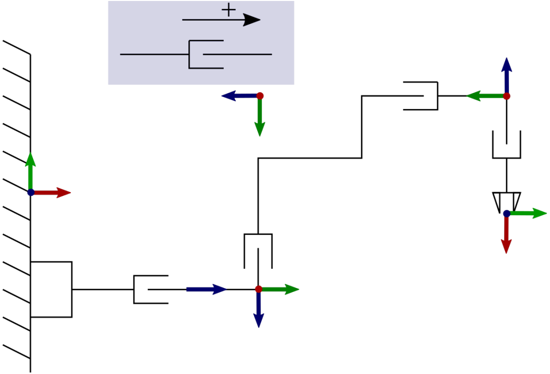
- Některé souřadnicové soustavy mohou být 'mimo' robota



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

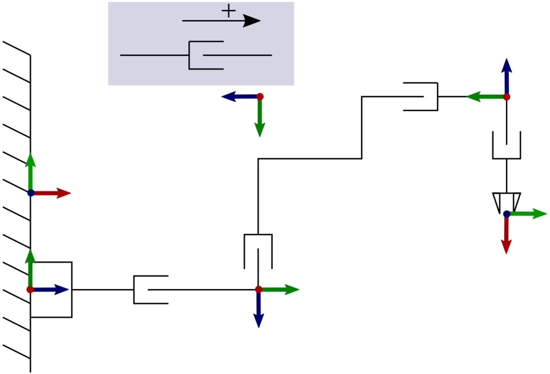
- Chybí pouze poslední souřadnicová soustava



Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

- Máme 6 souřadnicových soustav
  - Počáteční transformace
  - 4 DH transformace
  - Koncová transformace
- Zbývá určit DH parametry



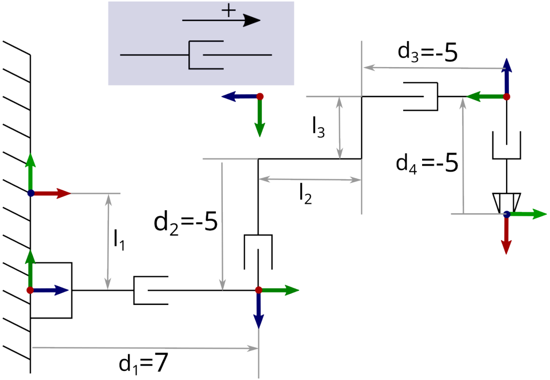
Příklad: prostorový robot v rovině

xyz=rgb

- Počáteční transformace: $T_y(-l_1)R_y(90°)$

Typ kloubu	θ	d	a	α
P	0	d_1	0	$90°$
P	0	$d_2 - l_3$	0	$90°$
P	0	$d_3 - l_2$	0	$90°$
P	0	d_4	0	0

- Musíme zahrnout pomocnou souřadnicovou soustavu před gripperem
  - x_1 není kolmá na z_0 a z_1
- Koncová transformace: $R_y(90°)R_x(180°)$



Závěr

- Co je DH notace
  - $T_{\text{DH}} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
  - Navrženo pro otevřené kinematické řetězce s rotačními a posuvnými klouby
- Jak přiřadit souřadnicové soustavy