CTU
CZECH TECHNICAL UNIVERSITY IN PRAGUE

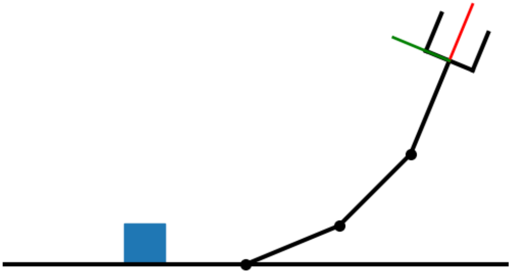
Robotika: Generování cest a trajektorií

Vladimír Petrík

vladimir.petrik@cvut.cz

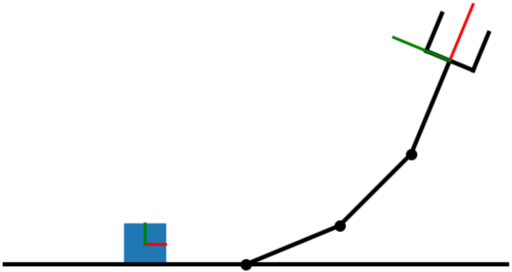
18.11.2024

Motivace: úchop kostky



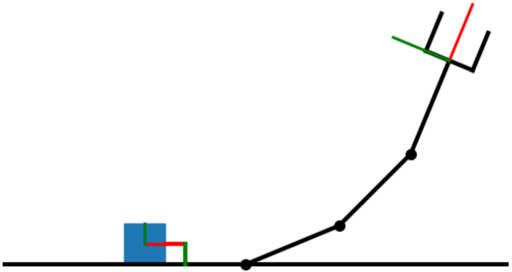
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$



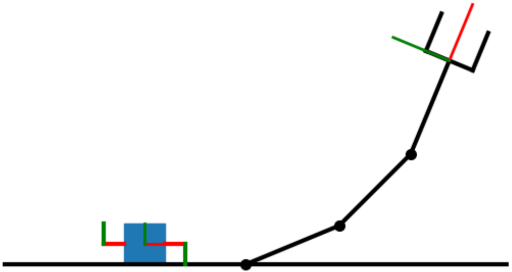
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla



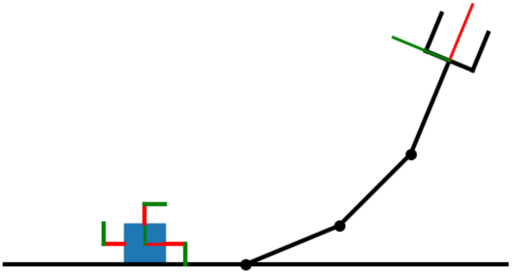
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla



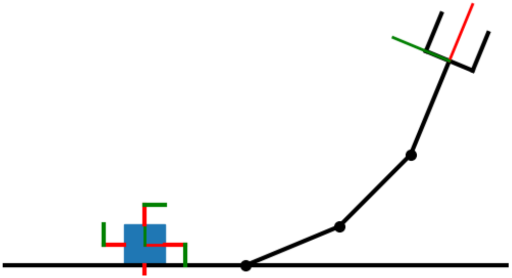
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla



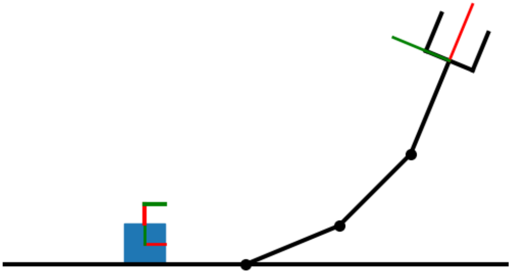
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla



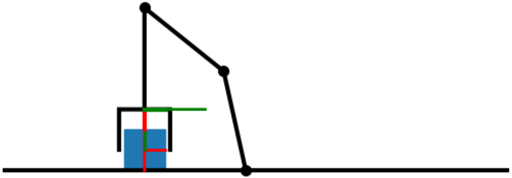
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla
- Řešení IK (vybrat jedno z řešení, jak?)



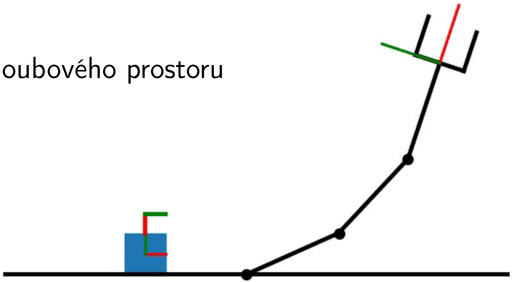
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla
- Řešení IK (vybrat jedno z řešení, jak?)
- Odeslání robota do vybrané konfigurace kloubového prostoru
- Jaký pohyb bude robot vykonávat?



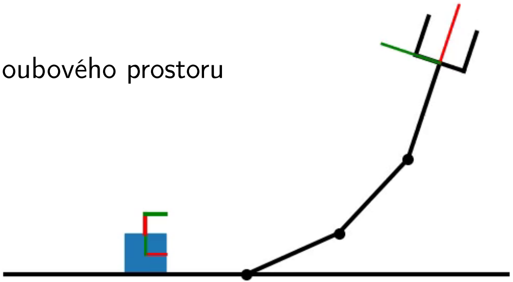
Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla
- Řešení IK (vybrat jedno z řešení, jak?)
- Odeslání robota do vybrané konfigurace kloubového prostoru
- Jaký pohyb bude robot vykonávat?
  - závisí na robotovi
  - lineární interpolace v prostoru kloubů je běžná



Motivace: úchop kostky

- Detekce, kde je kostka v $SE(2)$, $SE(3)$
- Definování úchytu(ů) vzhledem ke kostce
- Výpočet polohy chapadla
- Řešení IK (vybrat jedno z řešení, jak?)
- Odeslání robota do vybrané konfigurace kloubového prostoru
- Jaký pohyb bude robot vykonávat?
  - závisí na robotovi
  - lineární interpolace v prostoru kloubů je běžná
  - co je pohyb?



Pohyb

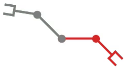
- Cesta (path)
  - Geometrický popis (sekvence konfigurací)
  - Bez časových značek, dynamiky a omezení na kontrolní signál
  - $\boldsymbol{q}(s) \in \mathcal{C}_{\mathsf{free}}, s \in [0, 1]$
  - Hlavním předpokladem je, že následným zpracovaním je možné získat trajektorii

Pohyb

- Cesta (path)
  - Geometrický popis (sekvence konfigurací)
  - Bez časových značek, dynamiky a omezení na kontrolní signál
  - $\boldsymbol{q}(s) \in \mathcal{C}_{\text{free}}, s \in [0, 1]$
  - Hlavním předpokladem je, že následným zpracovaním je možné získat trajektorii
- Trajektorie (trajectory)
  - Popisuje konfiguraci robota v čase
  - $\boldsymbol{q}(t) \in \mathcal{C}_{\text{free}}, t \in [0, T]$

Pohyb

- Cesta (path)
  - Geometrický popis (sekvence konfigurací)
  - Bez časových značek, dynamiky a omezení na kontrolní signál
  - $\boldsymbol{q}(s) \in \mathcal{C}_{\text{free}}, s \in [0, 1]$
  - Hlavním předpokladem je, že následným zpracovaním je možné získat trajektorii
- Trajektorie (trajectory)
  - Popisuje konfiguraci robota v čase
  - $\boldsymbol{q}(t) \in \mathcal{C}_{\text{free}}, t \in [0, T]$

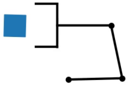


Cesta k uchopení

- Zaměřme se nejprve na **cestu**
- Je uchopovací cesta bezpečná? Záleží na počáteční konfiguraci.

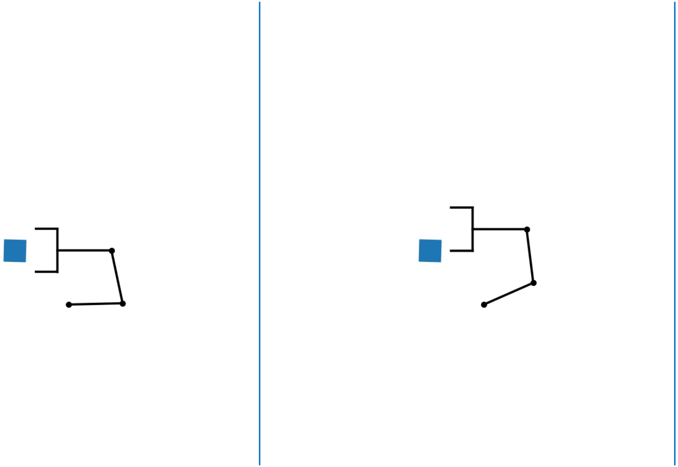
Cesta k uchopení

- Zaměřme se nejprve na **cestu**
- Je uchopovací cesta bezpečná? Záleží na počáteční konfiguraci.



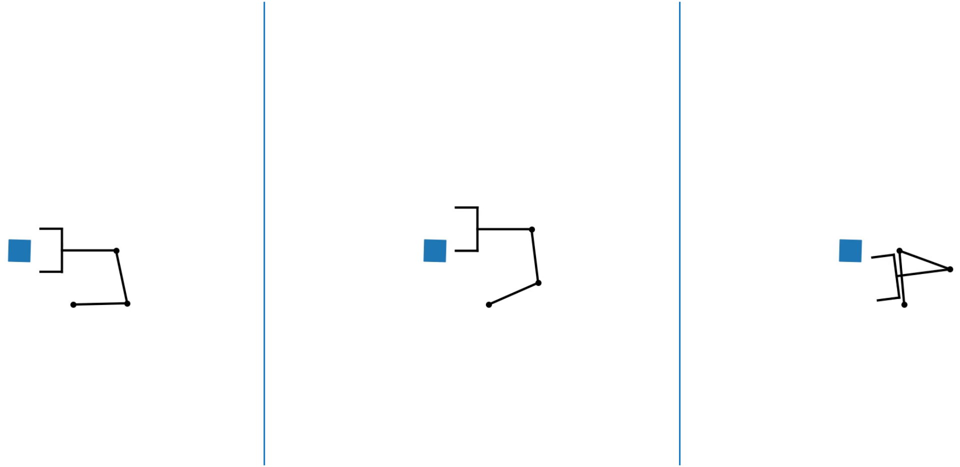
Cesta k uchopení

- Zaměřme se nejprve na **cestu**
- Je uchopovací cesta bezpečná? Záleží na počáteční konfiguraci.



Cesta k uchopení

- Zaměřme se nejprve na **cestu**
- Je uchopovací cesta bezpečná? Záleží na počáteční konfiguraci.



Předsunutá úchopová pozice

- Můžeme definovat pozici před uchopením
  - např. 5 cm od objektu, s ohledem na úchyt.
  - jak definovat vzdálenost 5 cm? Podle konstrukce úchytu.
  - stanovíme orientaci rukojeti tak, aby osa x směřovala k objektu.
  - orientace chapadla tak, aby osa x směřovala ven z chapadla.

Předsunutá úchopová pozice

- Můžeme definovat pozici před uchopením
  - např. 5 cm od objektu, s ohledem na úchyt.
  - jak definovat vzdálenost 5 cm? Podle konstrukce úchytu.
  - stanovíme orientaci rukojeti tak, aby osa x směřovala k objektu.
  - orientace chapadla tak, aby osa x směřovala ven z chapadla.
  - uchopovací pozice T_{RH}
  - pokud se chapadlo T_{RG} rovná T_{RH}, objekt je uchopen
  - pozice před uchopením $T_{RP} = T_{RH} T_x(-\delta_{\text{pre\_grasp}})$

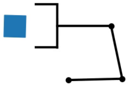
Předsunutá úchopová pozice

- Můžeme definovat pozici před uchopením
  - např. 5 cm od objektu, s ohledem na úchyt.
  - jak definovat vzdálenost 5 cm? Podle konstrukce úchytu.
  - stanovíme orientaci rukojeti tak, aby osa x směřovala k objektu.
  - orientace chapadla tak, aby osa x směřovala ven z chapadla.
  - uchopovací pozice T_{RH}
  - pokud se chapadlo T_{RG} rovná T_{RH}, objekt je uchopen
  - pozice před uchopením $T_{RP} = T_{RH}T_x(-\delta_{\text{pre\_grasp}})$
- Je cesta z předuchopení do uchopení bezpečná, pokud je $\delta_{\text{pre\_grasp}}$ velká?

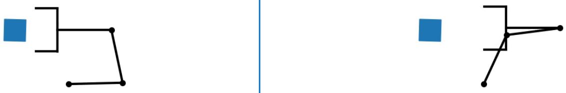
Předsunutá úchopová pozice

- Můžeme definovat pozici před uchopením
  - např. 5 cm od objektu, s ohledem na úchyt.
  - jak definovat vzdálenost 5 cm? Podle konstrukce úchytu.
  - stanovíme orientaci rukojeti tak, aby osa x směřovala k objektu.
  - orientace chapadla tak, aby osa x směřovala ven z chapadla.
  - uchopovací pozice T_{RH}
  - pokud se chapadlo T_{RG} rovná T_{RH}, objekt je uchopen
  - pozice před uchopením $T_{RP} = T_{RH} T_x(-\delta_{\text{pre\_grasp}})$
- Je cesta z předuchopení do uchopení bezpečná, pokud je $\delta_{\text{pre\_grasp}}$ velká?
- Je cesta z předuchopení do uchopení bezpečná, pokud je $\delta_{\text{pre\_grasp}}$ malá?

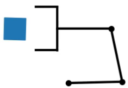
Předsunutá úchopová pozice

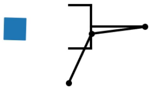


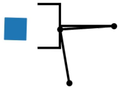
Předsunutá úchopová pozice



Předsunutá úchopová pozice







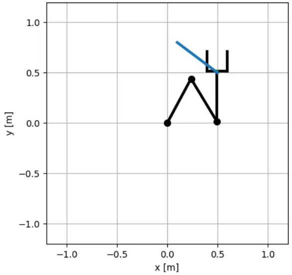
Interpolace v kloubovém prostoru

- Nazývá se také přímá cesta, cesta z bodu do bodu
- Start $\boldsymbol{q}_{\text{start}}$
- Cíl $\boldsymbol{q}_{\text{goal}}$
- $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
- Snadný výpočet, dobře definovaný

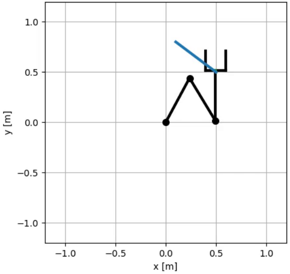
Interpolace v kloubovém prostoru

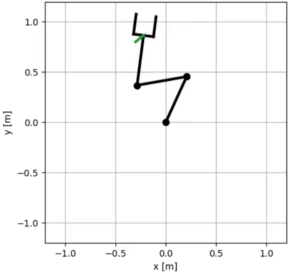
- Nazývá se také přímá cesta, cesta z bodu do bodu
- Start $\boldsymbol{q}_{\text{start}}$
- Cíl $\boldsymbol{q}_{\text{goal}}$
- $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
- Snadný výpočet, dobře definovaný
- Jaký je pohyb chapadla?
  - pravděpodobně není přímočarý (pro otočné klouby)
  - kombinace kruhových drah (pro otočné klouby)

Interpolace v kloubovém prostoru



Interpolace v kloubovém prostoru





Interpolace v $SE(2)$ a $SE(3)$

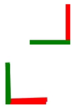
- Přímá cesta v prostoru úloh
  - pozice $\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{t}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{t}_{\text{goal}} - \boldsymbol{t}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$

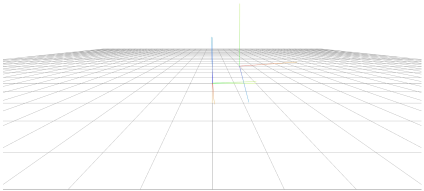
Interpolace v $SE(2)$ a $SE(3)$

- Přímá cesta v prostoru úloh
  - pozice $\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{t}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{t}_{\text{goal}} - \boldsymbol{t}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rotace $R(s) = R_{\text{start}} \exp\left(s \log(R_{\text{start}}^{-1} R_{\text{goal}})\right), \quad s \in [0, 1]$

Interpolace v $SE(2)$ a $SE(3)$

- Přímá cesta v prostoru úloh
  - pozice $\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{t}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{t}_{\text{goal}} - \boldsymbol{t}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rotace $R(s) = R_{\text{start}} \exp\left(s \log(R_{\text{start}}^{-1} R_{\text{goal}})\right), \quad s \in [0, 1]$





Cesta v kloubovém prostoru z cesty v úkolovém prostoru

- Výpočet $\boldsymbol{q}(s)$ z $T_{RG}(s)$
- Vyřešit IK pro každé s a vybrat první řešení IK?

Cesta v kloubovém prostoru z cesty v úkolovém prostoru

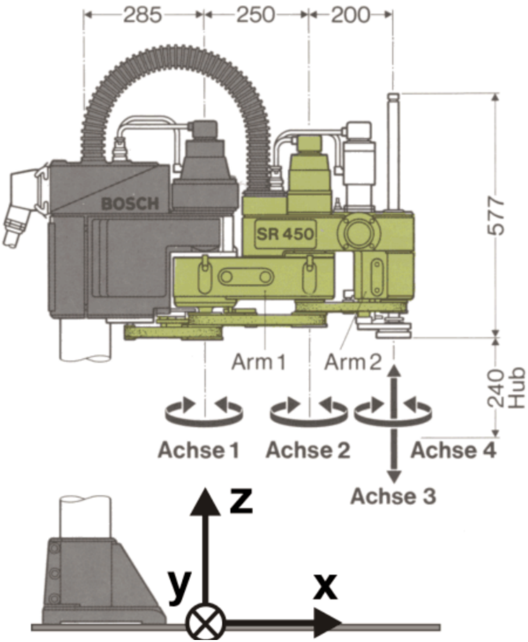
- Výpočet $\boldsymbol{q}(s)$ z $T_{RG}(s)$
- Vyřešit IK pro každé s a vybrat první řešení IK?
  - nedefinovali jsme, co je *první* řešení IK
  - použijeme nejbližší řešení IK
  - může se stát, že nejbližší řešení není *dostatečně blízké*?

Cesta v kloubovém prostoru z cesty v úkolovém prostoru

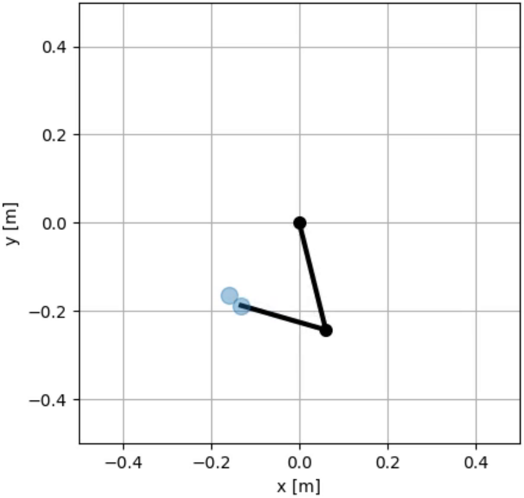
- Výpočet $\boldsymbol{q}(s)$ z $T_{RG}(s)$
- Vyřešit IK pro každé s a vybrat první řešení IK?
  - nedefinovali jsme, co je *první* řešení IK
  - použijeme nejbližší řešení IK
  - může se stát, že nejbližší řešení není *dostatečně blízké*? **ano**, podívejme se na příklad

SCARA robot

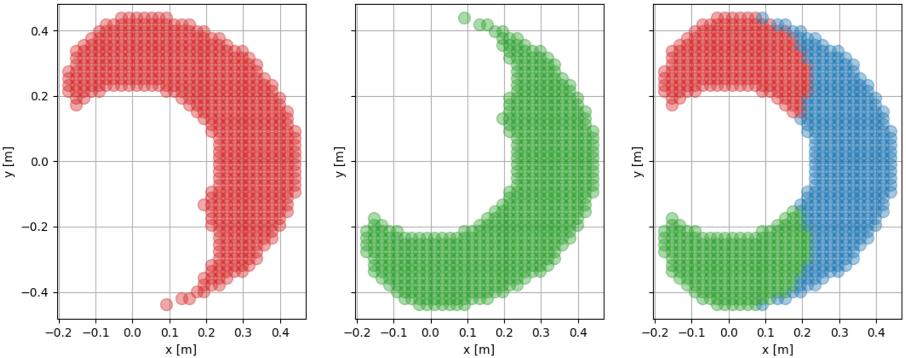
- Analýza kinematiky SCARA
- Struktura RRPR
- Zabránění samokolizím pomocí omezení pohybu kloubů
  - $\pm 85°$
  - $\pm 120°$
  - $(-330\ \mathrm{mm}, 5\ \mathrm{mm})$
  - $(-20°, 1080°)$
- Výpočet FK a IK v rovině xy



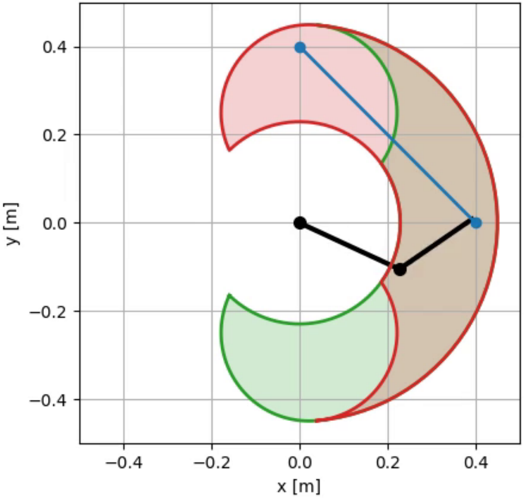
SCARA robot pracovní prostor



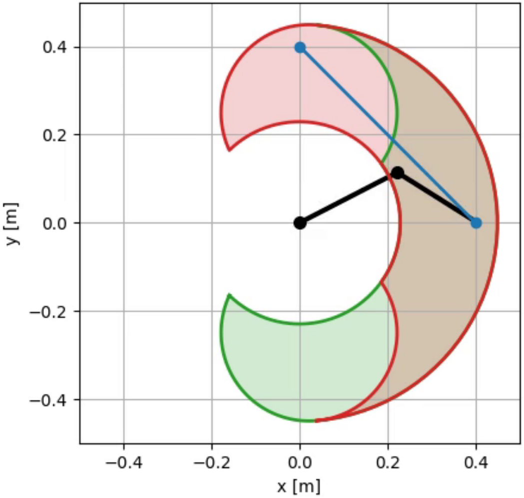
SCARA robot IK



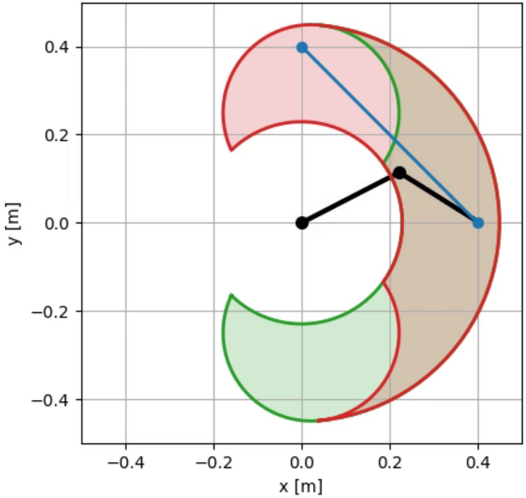
Interpolace v prostoru úloh



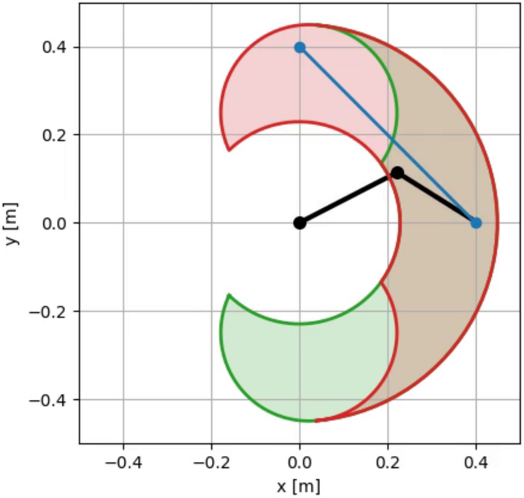
Interpolace v prostoru úloh



Interpolace v prostoru úloh



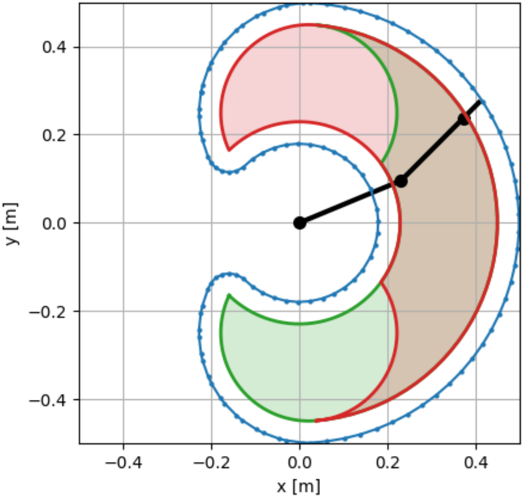
Interpolace v prostoru úloh



Interpolace v prostoru úloh

- Ne všechna řešení IK jsou dostupná všude
- Musíme vyřešit skoky v konfiguračním prostoru
- Pro změnu konfigurace musíme projít přes singularitu
- Interpolace v prostoru úloh může být použita pro cestu z před-uchopení do uchopení

SCARA efekt posledního ramene



Trajektorie z cesty

- Časové škálování $s(t)$, $t \in [0, T]$, $s : [0, T] \rightarrow [0, 1]$
- Cesta a časové škálování definuje trajektorii $\boldsymbol{q}(s(t))$
- Derivace:
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}s}\dot{s}$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}s}\ddot{s} + \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{q}}{\mathrm{d}s^2}\dot{s}$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$
  - omezení: $s(0) = \dot{s}(0) = 0,\ s(T) = 1,\ \dot{s}(T) = 0$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$
  - omezení: $s(0) = \dot{s}(0) = 0$, $s(T) = 1$, $\dot{s}(T) = 0$
  - řešení, které splňuje omezení: $a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 3/T^2, \quad a_3 = -2/T^3$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$
  - omezení: $s(0) = \dot{s}(0) = 0$, $s(T) = 1$, $\dot{s}(T) = 0$
  - řešení, které splňuje omezení: $a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 3/T^2, \quad a_3 = -2/T^3$
- Trajektorie
  - $\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + \left(\frac{3t^2}{T^2} - \frac{2t^3}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - $\dot{\boldsymbol{q}}(t) = \left(\frac{6t}{T^2} - \frac{2t^2}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

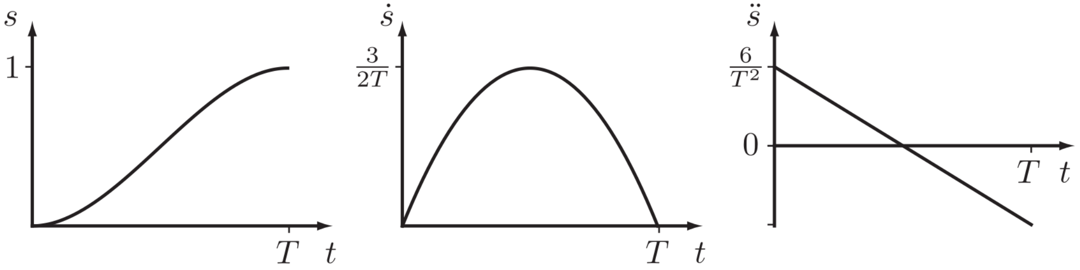
Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$
  - omezení: $s(0) = \dot{s}(0) = 0,\ s(T) = 1,\ \dot{s}(T) = 0$
  - řešení, které splňuje omezení: $a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 3/T^2, \quad a_3 = -2/T^3$
- Trajektorie
  - $\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + \left(\frac{3t^2}{T^2} - \frac{2t^3}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - $\dot{\boldsymbol{q}}(t) = \left(\frac{6t}{T^2} - \frac{2t^2}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}(t) = \left(\frac{6}{T^2} - \frac{12t}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

Škálování času přímé cesty

- Cesta
  - pozice: $\boldsymbol{q}(s) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + s(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}}), \quad s \in [0, 1]$
  - rychlost: $\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - zrychlení: $\ddot{\boldsymbol{q}} = \ddot{s}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Časové škálování polynomem 3. řádu
  - $s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
  - $\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$
  - omezení: $s(0) = \dot{s}(0) = 0,\ s(T) = 1,\ \dot{s}(T) = 0$
  - řešení, které splňuje omezení: $a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 3/T^2, \quad a_3 = -2/T^3$
- Trajektorie
  - $\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q}_{\text{start}} + \left(\frac{3t^2}{T^2} - \frac{2t^3}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - $\dot{\boldsymbol{q}}(t) = \left(\frac{6t}{T^2} - \frac{2t^2}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}(t) = \left(\frac{6}{T^2} - \frac{12t}{T^3}\right)(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$

Časové škálování polynomem 3. řádu



Škálování času přímé cesty

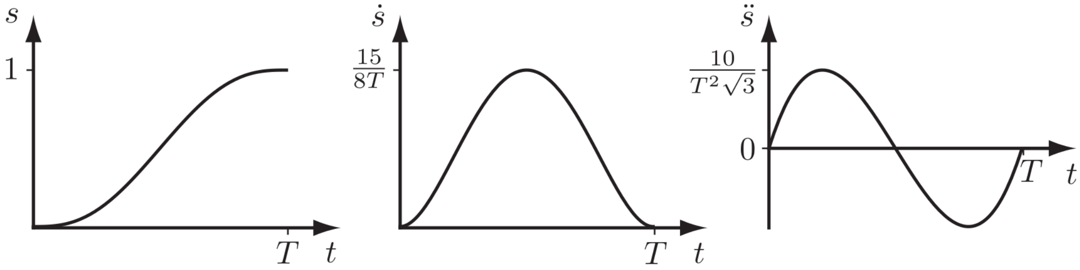
- Maximální rychlosti v kloubech:
  - $t = T/2$
  - $\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathsf{max}} = \frac{3}{2T}(\boldsymbol{q}_{\mathsf{goal}} - \boldsymbol{q}_{\mathsf{start}})$
- Maximální kloubové zrychlení:
  - $t = 0$ a $t = T$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathsf{max}} = \left\| \frac{6}{T^2}(\boldsymbol{q}_{\mathsf{goal}} - \boldsymbol{q}_{\mathsf{start}}) \right\|$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathsf{min}} = -\left\| \frac{6}{T^2}(\boldsymbol{q}_{\mathsf{goal}} - \boldsymbol{q}_{\mathsf{start}}) \right\|$
- Jak tyto informace použít?

Škálování času přímé cesty

- Maximální rychlosti v kloubech:
  - $t = T/2$
  - $\dot{\boldsymbol{q}}_{\text{max}} = \frac{3}{2T}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})$
- Maximální kloubové zrychlení:
  - $t = 0$ a $t = T$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\text{max}} = \left\|\frac{6}{T^2}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})\right\|$
  - $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\text{min}} = -\left\|\frac{6}{T^2}(\boldsymbol{q}_{\text{goal}} - \boldsymbol{q}_{\text{start}})\right\|$
- Jak tyto informace použít?
  - zkontrolovat, zda je požadovaný pohyb T proveditelný vzhledem k limitům rychlosti/zrychlení
  - nalezení minimálního T tak, aby byla splněna omezení rychlosti a zrychlení

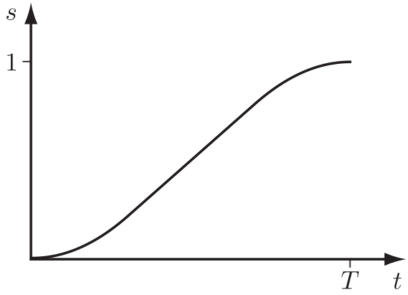
Polynom 5. řádu

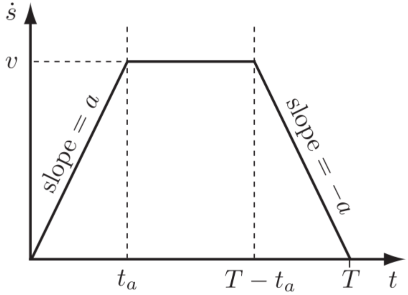
- Polynom 3. řádu nevynucuje nulové zrychlení na začátku a na konci
  - nekonečný ryv [jerk] (derivace zrychlení)
  - může způsobit vibrace
- Můžeme použít polynom 5. řádu



Trapezoidální časové škálování

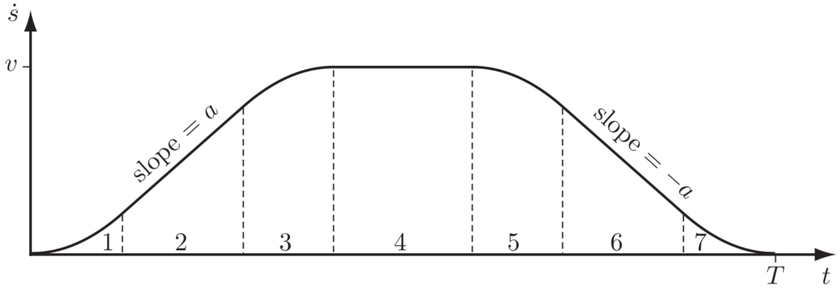
- Fáze konstantního zrychlení
- Fáze konstantní rychlosti
- Fáze konstantního zpomalení
- Není hladký, ale je to nejrychlejší možný přímočarý pohyb





Časové škálování pomocí S-křivky

- Trapézové pohyby způsobují nespojité skoky ve zrychlení
- S-křivka jej vyhlazuje, aby se zabránilo vibracím
  - konstantní ryv, konstantní zrychlení, konstantní ryv, konstantní rychlost, konstantní ryv, konstantní zpomalení, konstantní ryv



Shrnutí

- Cesta/trajektorie
- Generování cesty k uchopení
- Interpolace v kloubovém prostoru a prostoru úloh
- Parametrizace časového škálování