



Robotika: Uzavřené kinematické řetězce

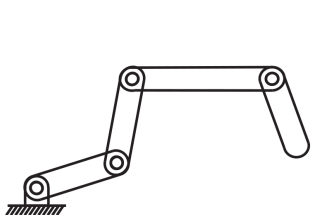
Vladimír Petřík

vladimir.petrík@cvut.cz

09.12.2024

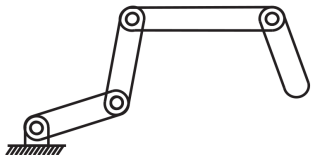
Otevřený/uzavřený kinematický řetězec

- ▶ Otevřené kinematické řetězce: žádné smyčky ve struktuře
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce obsahují smyčky

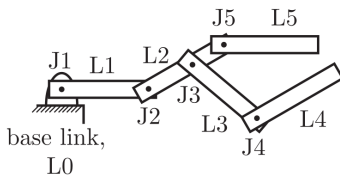


Otevřený/uzavřený kinematický řetězec

- ▶ Otevřené kinematické řetězce: žádné smyčky ve struktuře
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce obsahují smyčky

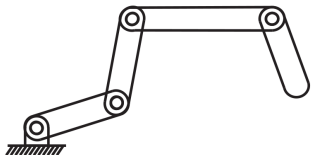


Otevřený - sekvenční
struktura

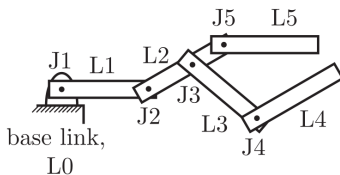


Otevřený/uzavřený kinematický řetězec

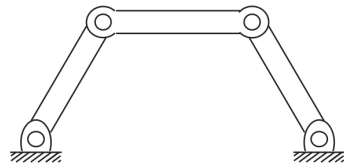
- ▶ Otevřené kinematické řetězce: žádné smyčky ve struktuře
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce obsahují smyčky



Otevřený - sekvenční
struktura

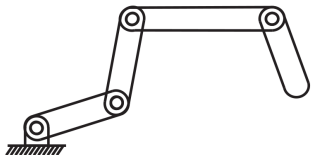


Otevřený - stromová
struktura

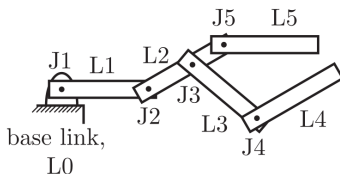


Otevřený/uzavřený kinematický řetězec

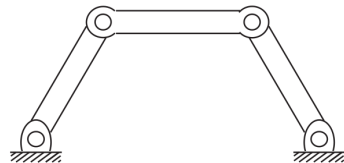
- ▶ Otevřené kinematické řetězce: žádné smyčky ve struktuře
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce obsahují smyčky
- ▶ Mnoho uzavřených kinematických řetězců lze vyjádřit pomocí otevřených kinematických řetězců



Otevřený - sekvenční
struktura



Otevřený - stromová
struktura



Uzavřený

Příklady uzavřených kinematických řetězců



<https://www.youtube.com/watch?v=v1x64Zg1-hE>



Příklady uzavřených kinematických řetězců



<https://www.youtube.com/watch?v=mWmbI99IRq8>



Příklady uzavřených kinematických řetězců

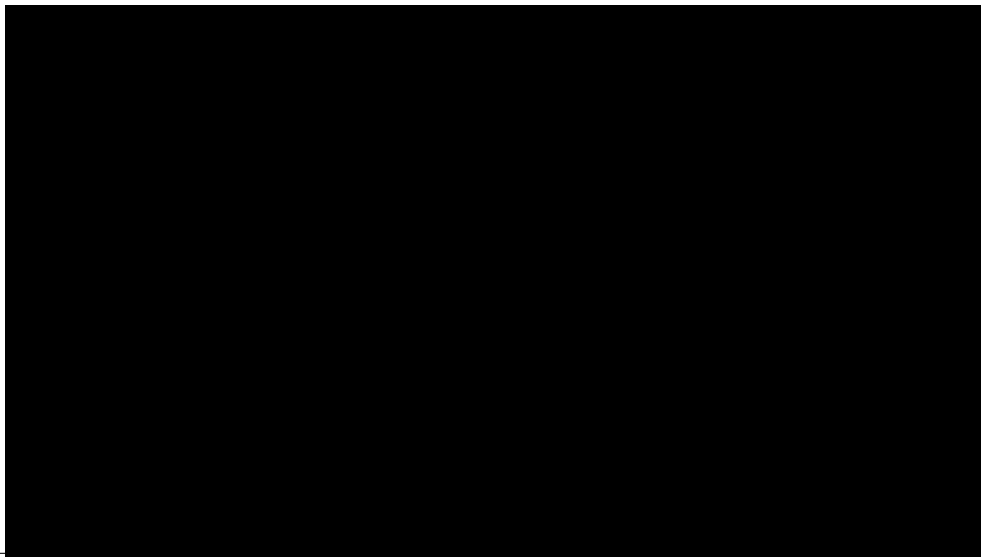
PI



<https://www.youtube.com/watch?v=B756Novxejo>



Příklady uzavřených kinematických řetězců



<https://www.youtube.com/watch?v=WmKnnp1xTPg&list=PLXD3wdKvVE38twj0HvSbQP7UeR0MLLqVp>



Uzavřené kinematické řetězce

- ▶ Uzavřené kinematické řetězce
 - ▶ Obsahují smyčky
 - ▶ Jsou obtížnější na řízení
 - ▶ Typicky malý pracovní prostor
 - ▶ Jsou obtížnější na analýzu
- ▶ Výhody
 - ▶ Může být redundantně poháněn
 - ▶ Mechanická výhoda: rychlejší, silnější nebo tužší
- ▶ Grüblerův vzorec lze použít k určení počtu stupňů volnosti



Grüblerův vzorec

- ▶
$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1) - \sum_{i=1}^N c_i$$
- ▶ L je počet ramen včetně země
- ▶ N je počet kloubů
- ▶ m je DoF tuhého tělesa (3 pro rovinné, 6 pro prostorové)
- ▶ c_i počet omezení poskytovaných kloubem i



Grüblerův vzorec

- ▶
$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1) - \sum_{i=1}^N c_i = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$
- ▶ L je počet ramen včetně země
- ▶ N je počet kloubů
- ▶ m je DoF tuhého tělesa (3 pro rovinné, 6 pro prostorové)
- ▶ c_i počet omezení poskytovaných kloubem i
- ▶ f_i DoF kloubu i



Grüblerův vzorec

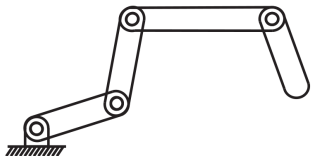
- ▶ $n_{\text{DoF}} = m(L - 1) - \sum_{i=1}^N c_i = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$
- ▶ L je počet ramen včetně země
- ▶ N je počet kloubů
- ▶ m je DoF tuhého tělesa (3 pro rovinné, 6 pro prostorové)
- ▶ c_i počet omezení poskytovaných kloubem i
- ▶ f_i DoF kloubu i
- ▶ $f_i + c_i = m$
- ▶ Funguje pro *obecné* případy, selhává ale v určitých konfiguracích - když omezení kloubů nejsou nezávislá



Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

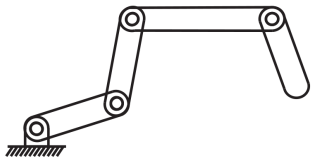
m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu



Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu

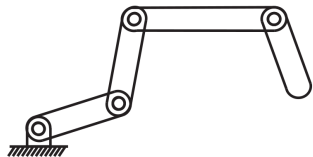


$$3(5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4 \text{ DoF}$$

Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

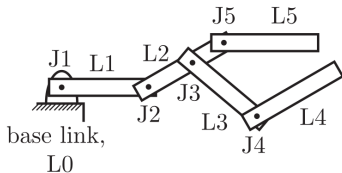
m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu



$$3(5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4 \text{ DoF}$$

$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 0) = 4 \text{ DoF}$$

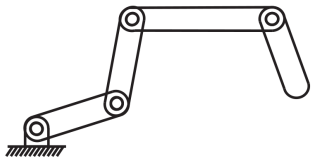
přidáme pevný spoj



Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

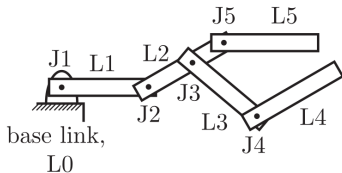
m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu



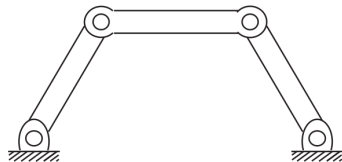
$$3(5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4 \text{ DoF}$$

$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 0) = 4 \text{ DoF}$$

přidáme pevný spoj



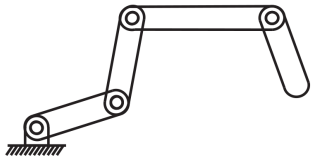
$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 5 \text{ DoF}$$



Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

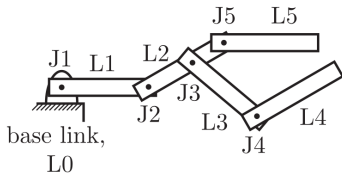
m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu



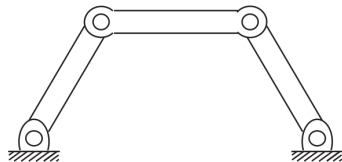
$$3(5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4 \text{ DoF}$$

$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 0) = 4 \text{ DoF}$$

přidáme pevný spoj



$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 5 \text{ DoF}$$



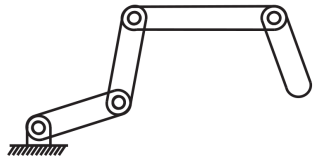
$$3(4 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 1 \text{ DoF}$$



Aplikace Grüblerova vzorce

$$n_{\text{DoF}} = m(L - 1 - N) + \sum_{i=1}^N f_i$$

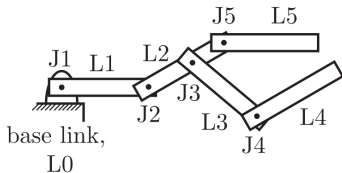
m - DoF tělesa, L - počet ramen, N - počet kloubů, f_i - DoF kloubu



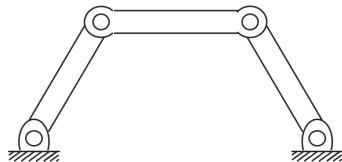
$$3(5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4 \text{ DoF}$$

$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 0) = 4 \text{ DoF}$$

přidáme pevný spoj



$$3(6 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 5 \text{ DoF}$$



$$3(4 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 1 \text{ DoF}$$

$$3(5 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 0) = 1 \text{ DoF}$$

(jsou-li dvě země spojeny pevným kloubem)



Příklady kinematických řetězců

- ▶ Otevřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^2$



Příklady kinematických řetězců

- ▶ Otevřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^2$
 - ▶ Struktura RRR, Prostor úkolu $SE(2)$



Příklady kinematických řetězců

- ▶ Otevřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^2$
 - ▶ Struktura RRR, Prostor úkolu $SE(2)$
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RRRR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^1$



Příklady kinematických řetězců

- ▶ Otevřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^2$
 - ▶ Struktura RRR, Prostor úkolu $SE(2)$
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RRRR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^1$
 - ▶ Struktura RRRRRR, Prostor úkolu $SE(2)$



Příklady kinematických řetězců

- ▶ Otevřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^2$
 - ▶ Struktura RRR, Prostor úkolu $SE(2)$
- ▶ Uzavřené kinematické řetězce
 - ▶ Struktura RRRR, Prostor úkolu $\mathbb{R}^1$
 - ▶ Struktura RRRRRR, Prostor úkolu $SE(2)$
 - ▶ Struktura RRRP, Prostor úkolu $\mathbb{R}^1$



Prostorová inverzní kinematika pro Mitsubishi RV6S

